な役割をなすような現実的な宇宙モデルは作られていないのが現状である。始めに触れた初期条件の問題をこのモデルで解決するためには，時空のダイナミカルなエントロピーと現宇宙に存在する熱エントロピーを結びつけることが必要であろう。

最近，相互作用の統一理論と関連して多次元での Mixmaster モデルも調べられている。ここで述べたような単純なカオスは4次元時空の場合だけのようである。[6] また，Mixmaster 時空の量子化の試み[7] もなされていることを付け加えておく。

参考文献

1) W. Rindler, Mon. Not. R. Astron, Soc. **116** ('56) 663.
R. H. Dicke and P. J. E. Peebles, "General Relativity" ed. by S. W. Hawking et. al.
2) V. A. Belinskii, I. M. Khalatnikov and E. M. Lifshitz, Adv. Phys. **19** ('70) 525.
3) C. W. Misner, Phys. Rev. Lett. **22** ('69) 1071.
4) J. D. Barrow, Phys. Rep. **85** ('82) 1.
5) R. Arnowitt, S. Deser and C. W. Misner, in "The Dynamics of General Relativity" ed. by Witten.
N, P. Ryan, Jr. and L. C. Shepley, "Homogeneous Relativistic Cosmologies".
6) A. Tomimatsu and H. Ishihara, Gen. Rel. Grav. to appear.
H. Ishihara, Prog. Theor. Phys. **74** ('85) 490.
T. Furusawa and A. Hosoya, Prog. Theor. Phys. **73** ('85) 467.
7) W. A. Wright and I. G. Moss, Phys. Lett. **B154** ('85) 115.
T. Furusawa, Prog. Theor. Phys. to appear.

ミクロカノニカル量子化法
ー相転移点近傍での振舞ー

早大・理工　森 川 善 富

§1. はじめに

ミクロカノニカル量子化法（以下，MCQと略す。）は，ゲージ理論（特に fermion まで含めたもの）等における非摂動数値シミュレーションに有用な新しい計算方法を与える可能性を持つ。なかでも準安定状態の近傍の振舞を調べるのに有効であると言われている。[1)~3)] そこで

U(1)ゲージモデルを取り上げ，以前同じMCQ，同じモデルで相転移を調べた手法よりも早く相転移の次数を決定できるように工夫してみた。[5)]

§ 2. MCQの枠組

MCQの枠組は以下の様である。[1)〜3)]場ϕについてユークリッド化された作用$S(\phi)$に，$\sum_{l}\frac{p_l^2}{2}$を付け加えた$H_m=\sum_{l}\frac{p_l^2}{2}+S(\phi)$を〝ハミルトニアン〟とする。$l$は独立な自由度に対応する。こうしておくと，物理量$O(\phi)$のもともとの系での量子力学的期待値$<O(\phi)>_{\mathrm{P.I.}}$は，$H_m$で支配されるミクロカノニカル系での平均値$<O(\phi)>_m$と，$1/N_{\mathrm{ind}}$のずれを除いて等しいことがわかっている。($N_{\mathrm{ind}}$は，独立な自由度数)

$$<O(\phi)>_m=<O(\phi)>_{\mathrm{P.I.}}\left[1+O(1/N_{\mathrm{ind}})\right] \tag{1}$$

$$<O(\phi)>_{\mathrm{P.I.}}=z^{-1}\int \mathrm{D}\phi\, O(\phi)\, \mathrm{e}^{-\beta S(\phi)} \tag{2}$$

$$<O(\phi)>_m=z_m^{-1}(E)\int \mathrm{D}\phi \int \mathrm{D}p\, O(\phi)\,\delta(H_m-E) \tag{3}$$

さらに，実時間tの他に新たに仮想的時間τを導入し，H_mで支配される系がエルゴード的であると仮定し，τの長時間平均で$<O(\phi)>_m$を求める。

$$<O(\phi)>_m=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \mathrm{d}\tau\, O(\phi(\tau)) \tag{4}$$

ϕ，pのτに関する時間発展はハミルトン方程式によるとする。

$$\frac{\mathrm{d}p_l}{\mathrm{d}\tau}=-\frac{\partial H_m}{\partial \phi_l}\ ,\quad \frac{\mathrm{d}\phi_l}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\partial H_m}{\partial p_l}\ (=p_l) \tag{5}$$

(5)式でϕ，pを時間発展させ，長時間平均すれば，$1/N_{\mathrm{ind}}$の誤差内で物理量の量子力学的期待値が求まる。温度(の逆数)βの方は，エネルギー等分配則より求まる。

$$\left\langle \sum_{l}\frac{p_l^2}{2}\right\rangle_m=\frac{N_{\mathrm{ind}}}{2\beta} \tag{6}$$

(この計算方法は，分子動力学法に似ており，そこで開発されてきたテクニックをそのまま適用することができる。)

§ 3. MCQの改良

我々は，従来の手法(§2)を，相転移の次数を決定するために改良してみた。[5)]はじめにエネルギーEを与えた後，従来の方法ではエネルギーを一定に保ったままτ時間発展させ長時間平均する。我々は，連続的にエネルギーEを変化させつつτ時間発展させた。具体的には，ハ

ミルトン方程式に〝まさつ〟を手で加えた。

$$\frac{\mathrm{d}p_l}{\mathrm{d}\tau}=-\frac{\partial H_m}{\partial \phi_l}-\left(\frac{C_0}{\sum_j p_j^2}\right)p_l\,,\quad \frac{\mathrm{d}\phi_l}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\partial H_m}{\partial p_l}\,(=p_l) \tag{7}$$

まさつ係数は，単位時間当りのエネルギー変化が一定値 C_0 になるように選んだ。

$$\frac{\Delta H_m}{\Delta \tau}=-C_0 \tag{8}$$

こうすると平均の取り方も従来通り（熱平衡に達してから１つの平均値のデータを求める）ではうまくいかないので，ΔT の幅で平均をとると決めたら，その幅の位置を計算していくにつれて動かしていくようにした。これは連続的に行うので，平均値のデータは連続的に求まることになる。（もちろん，熱平衡には保たれない。但し，C_0 の値を小さくすれば，熱平衡に近づけることができる。）

§4. モデルと結果

作用 βS の U(1) ゲージモデルを取り上げた。

$$\beta S=\sum_P\left\{\beta_1\left[1-\frac{1}{2}(U_P+U_P^\dagger)\right]+\beta_2\left[1-\frac{1}{2}(U_P^2+U_P^{\dagger 2})\right]\right\} \tag{9}$$

$$U_P=\sum_{l\in P}e^{i\theta_l}$$

β_1，β_2 の値により，１次相転移点（$\beta_1=\beta_2\fallingdotseq 0.6$）や２次相転移点（$\beta_1\fallingdotseq 1.0$，$\beta_2=0$）[4] を横切らせ，内部エネルギーなどの振舞を調べられるモデルである。実際のシミュレーションは 4^4 格子で行ったが，２次元だと思えば Fig. 1 のように各辺に変数 θ_l

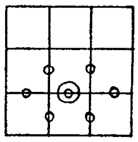

Fig. 1　U(1) ゲージモデル

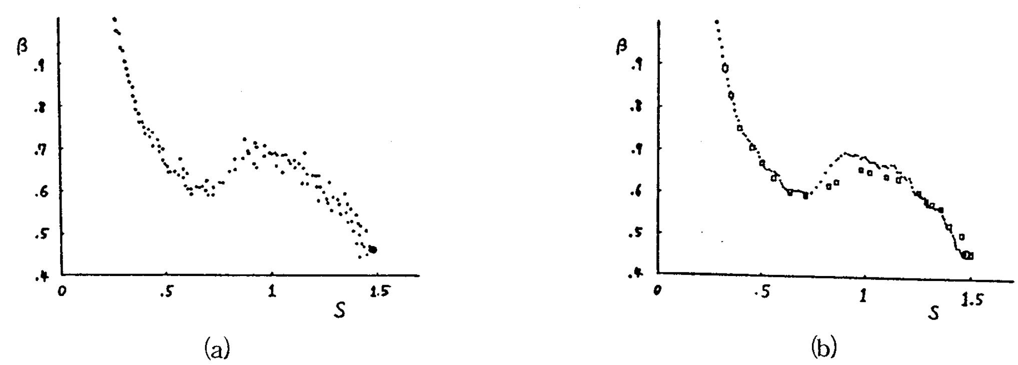

Fig. 2　１次相転移点近傍での内部エネルギーの振舞。(a)　$\beta_2/\beta_1=1$，$C_0=10$，$\Delta T=100$，(b)　●…$\beta_2/\beta_1=1$，$C_0=10$，$\Delta T=1000$；□…熱平衡に保って求めた結果（ref. 2）より）。

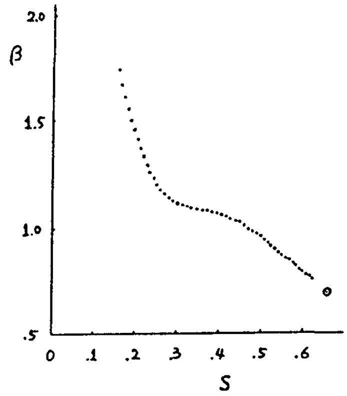

Fig. 3　2次相転移点近傍での内部エネルギーの振舞。$\beta_2 = 0$, $C_0 = 10$, $\Delta T = 2000$

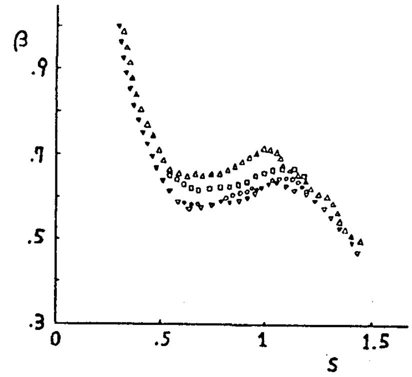

Fig. 4　1次相転移点近傍での内部エネルギーの振舞。
△… $\beta_2/\beta_1=1$, $C_0=20$　, $\Delta T=1000$
□… $\beta_2/\beta_1=1$, $C_0=10$　, $\Delta T=2000$
… $\beta_2/\beta_1=1$, $C_0=-20$, $\Delta T=1000$
○… $\beta_2/\beta_1=1$, $C_0=-10$, $\Delta T=2000$

が指数の形であり（◎），隣りあった辺の変数（○）と相互作用するというモデルである。(このモデルは格子間隔を０へ近づけると，U(1)ゲージ理論の作用に帰着する。)　実際の結果を Fig. 2 (a)−4 （横軸は内部エネルギーS，縦軸は温度の逆数βである。）に示す。

§5.　まとめ

１次相転移点近傍ではＳ字形のカーブが得られ(Fig. 2)，２次相転移点近傍ではＳ字形は見られない (Fig. 3) 。これは従来のＭＣＱでも言われていたことであるが，我々の熱平衡を保たずに連続的にエネルギーを変化させる手法においても同様な結果が得られた。しかも，熱平衡に保っていないため，従来のＭＣＱよりも早く，Ｓ字になるかどうか（ i.e. 相転移が１次であるか２次（以上）であるか）を見分けることが可能である。大ざっぱに１ケタは計算スピードを上げることができる。なお，Fig. 2 (b) からわかるように，熱平衡に保った結果と比べると相転移点はずれる。もし相転移点を我々の手法で求めたければまさつ係数 C_0 を小さくすればよいことは，Fig. 4 からわかる。Fig. 4 には，(7)式で $C_0 < 0$ とした場合の結果も示した。

この手法は他の量子系にも有効であるが，従来のＭＣＱ同様，系がカオティックであることを仮定しているので，その判定法の確立が望まれる。

これは岩崎愛一氏（ＬＢＬ）との共同研究です。

References

1) D. Callaway and A. Rahman, Phys. Rev. Lett. **49** (1982), 613.
M. Creutz, Phys. Rev. Lett. **50** (1983), 1411.
J. Polony and H. W. Wyld, Phys. Rev. Lett. **51** (1983), 2257.
2) U. M. Heller and N. Seiberg, Phys. Rev. **D27** (1983), 2980.
3) A. Iwazaki, Phys. Lett. **141B** (1984), 342.
4) G. Bhanot, Nucl. Phys. **B205** [FS5] (1982) 168.
5) Y. Morikawa and A. Iwazaki, Phys. Lett. **165B** (1985), 361.

カオスの結合敏感性
(Coupling Sensitivity of Chaos)

九工大・物理　大同寛明

§1. まえおき

カオスとは何であるかをより深く理解するためには，ただ眺めているだけでは駄目で，何か小さな摂動を加えて，それへの応答を調べることが重要である。例えば，平衡系に弱い外場を加えてその応答を調べると，オンサガーの相反法則などの平衡系に固有の性質が見い出されることはよく知られている。同じような意味で，カオスの応答を通して，カオスを特徴づけることができるはずである。もちろん，摂動といっても色々の場合が考えられる。その一つの例は雑音である。いくつかの典型的な一次元写像系のカオス状態でのKエントロピーは，雑音に対して巾法則で変化(応答)することが，数値的に見い出されている。[1] この報告では，等価なカオス系を結合した場合のリヤプノフ指数の変化(応答)について考える。現実にあるどのような物理系も局所的な少数自由度が相互に結合したものと見なせることを考えると，結合という摂動に対するカオスの応答を調べることは有意義であろう。又，リヤプノフ指数はカオスを定量的に特徴づける最も基本的な量である。そこで，リヤプノフ指数という〝窓〟を通してカオスの結合に対する応答ぶりをのぞいてみることにする。理論[†]もあるが，この報告では，数値計算の結果を招介するにとどめる。カオスは結合に対して異常に敏感であるというのが結論で

†) to be published.